

## Problème 289 – Divergente : la cérémonie du choix

Niveau : Quatrième

Chapitres : Arithmétique

Fait en collaboration avec Aimie Dallies et Zoé Valdes-Etcheverria, élèves de 4<sup>ème</sup> du collège Jean Rostand de Mont-de-Marsan

Première distribution (en exercice en classe) le 04/04/2022



Dans la lignée des trilogies pour adolescents telles que *Le Labyrinthe* ou *Hunger Games*, « Divergente », de l'auteur Veronica Roth, a rencontré un succès semblable en étant également adapté au cinéma. Comme pour les autres trilogies, l'histoire de « Divergente » repose sur un monde dystopique, où la ville de Chicago s'est transformée en une société régie par des règles très particulières : chaque individu doit en effet appartenir à une des cinq factions (Audacieux, Altruistes, Erudits, Fraternels, Sincères) qu'il ou elle choisit à l'âge de 16 ans lors de la « cérémonie du choix ». Ce choix est déterminant puisque l'adolescent(e) (on utilisera l'abréviation « ado ») qui choisit volontairement sa faction peut alors être séparé(e) de sa famille : c'est notamment le cas de l'héroïne, Béatrice Prior, surnommée « Tris ».

On ignore exactement combien d'ados traversent la cérémonie chaque année, mais on va supposer pour ce problème que dans la promotion de Tris, ils/elles étaient au total 200, en incluant l'héroïne elle-même.

1) Tous les ados de la promotion de Tris pouvaient-ils se répartir équitablement entre les 5 factions ? Justifier la réponse.

2) Dans la promotion de Tris, on sait que 33 ados ont choisi les Audacieux.

a) Justifier que tous les ados restants n'ont pas pu être répartis de manière égale entre les 4 factions restantes.

b) On remarque qu'ils/elles n'auraient pas pu être répartis de manière équitable même si le nombre de factions avait été différent (en supposant qu'il y ait plusieurs factions restantes). Pour quelle raison ?

3) a) On imagine que dans la promotion de Tris, de 30 à 40 ados ont choisi les Altruistes. On a alors remarqué que tous les ados restants - donc ni chez Audacieux, ni chez les Altruistes - pouvaient être répartis équitablement aussi bien entre 2 qu'entre 3 factions. Quel est le nombre **exact** d'ados qui ont rejoint les Altruistes dans la promotion de Tris ?

b) Si tous ces ados restants se sont répartis de manière équitable entre les 3 factions restantes, combien y avait-il alors d'ados qui ont choisi la faction des Erudits, celle des Fraternelles et celle des Sincères ?

4) a) Déterminer le plus grand diviseur commun entre le nombre d'ados ayant choisi les Érudits (ou les Fraternelles ou les Sincères, puisque c'est le même) et le nombre d'ados ayant choisi les Audacieux.

b) Justifier que le nombre d'ados ayant choisi les Altruistes n'a de diviseur commun, autre que 1, avec aucun des nombres d'ados ayant choisi une autre faction.

5) (*Plus difficile*) Considérons une promotion de 200 ados (pas celle de Tris), et les 5 valeurs correspondant aux nombres d'ados ayant choisi chacune des factions. S'il existait des diviseurs communs à ces 5 valeurs, quels pourraient-ils être ?